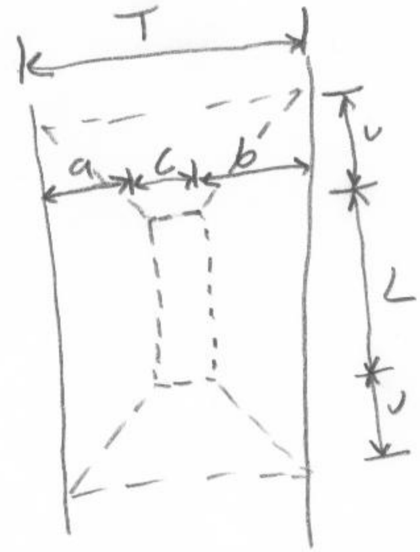
YIELD LINE DERIVATION
PINNED FLANGES



$ksi := 1000 \cdot \frac{lbf}{in^2}$ $\qquad$ $kips := 1000 \cdot lbf$

$t_w := 0.233 \cdot in$ $\qquad$ $F_y := 46 \cdot ksi$ $\qquad$ $c := .375 \cdot in$

$T := 8 \cdot in - 4 \cdot t_w$ $\qquad$ $T = 7.068\, in$

$\delta := 1 \cdot in$ $\qquad$ $u := 4 \cdot in$

$L := 9 \cdot in$

$a := \frac{T - c}{2}$ $\qquad$ $b := \frac{T - c}{2}$

$M_p := \frac{t_w^{\,2} \cdot F_y}{4}$ $\qquad$ $M_p = 0.624\, \frac{kips \cdot in}{in}$

$$W_{int} := M_p \cdot \left[2 \cdot T \cdot \frac{\delta}{u} + L \cdot \frac{\delta}{a} + L \cdot \frac{\delta}{b} + 2 \cdot \sqrt{b^2 + u^2} \cdot \left(\frac{\delta \cdot \sqrt{b^2 + u^2}}{b \cdot u} \right) + 2 \cdot \sqrt{a^2 + u^2} \cdot \left(\frac{\delta \cdot \sqrt{a^2 + u^2}}{a \cdot u} \right) + 2 \cdot c \cdot \frac{\delta}{u} \right]$$

$W_{int} = 10.756\, kips \cdot in$

$$W_{int} := M_p \cdot \delta \cdot \left[2 \cdot T \cdot \frac{1}{u} + L \cdot \frac{1}{a} + L \cdot \frac{1}{b} + 2 \cdot \sqrt{b^2 + u^2} \cdot \left(\frac{1 \cdot \sqrt{b^2 + u^2}}{b \cdot u} \right) + 2 \cdot \sqrt{a^2 + u^2} \cdot \left(\frac{1 \cdot \sqrt{a^2 + u^2}}{a \cdot u} \right) + 2 \cdot c \cdot \frac{1}{u} \right]$$

$W_{int} = 10.756\, kips \cdot in$

$$W_{int} := M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{2 \cdot T \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} + \frac{L \cdot b \cdot u}{u \cdot a \cdot b} + \frac{L \cdot a \cdot u}{u \cdot a \cdot b} + \frac{2 \cdot a \cdot \left(b^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{2 \cdot b \cdot \left(a^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{2 \cdot c \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.756\, kips \cdot in$

$$W_{int} := 2 \cdot M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{T \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} + \frac{L \cdot b \cdot u}{2 \cdot u \cdot a \cdot b} + \frac{L \cdot a \cdot u}{2 \cdot u \cdot a \cdot b} + \frac{a \cdot \left(b^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{b \cdot \left(a^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{c \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.756\, kips \cdot in$

$$W_{int} := 2 \cdot M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{T \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} + \frac{L \cdot u \cdot (a + b)}{2 \cdot u \cdot a \cdot b} + \frac{a \cdot \left(b^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{b \cdot \left(a^2 + u^2\right)}{u \cdot a \cdot b} + \frac{c \cdot a \cdot b}{u \cdot a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.756\, kips \cdot in$

$$W_{int} := 2\cdot M_p\cdot\delta\cdot\left[\frac{2\cdot T}{u} + \frac{L\cdot(a+b)}{2a\cdot b} + \frac{u\cdot(a+b)}{a\cdot b}\right]$$

$$W_{int} = 10.756\,\text{kips}\cdot\text{in}$$

$$W_{int} := 2\cdot M_p\cdot\delta\cdot\left[\frac{L\cdot(a+b)}{2\cdot a\cdot b} + \frac{1}{u}\cdot(2\cdot T) + \frac{u\cdot(a+b)}{a\cdot b}\right]$$

$$W_{int} = 10.756\,\text{kips}\cdot\text{in}$$

DIFFERENTIATE

$$\frac{dP}{du} = 2\cdot M_p\cdot\delta\cdot\left[\frac{-2\cdot T}{u^2} + \frac{(a+b)}{a\cdot b}\right] = 0$$

$$\frac{-2\cdot T}{u^2} + \frac{(a+b)}{a\cdot b} = 0$$

$$\frac{-2\cdot T}{u^2} = -\frac{(a+b)}{a\cdot b}$$

$$\frac{T}{u^2} = \frac{(a+b)}{2a\cdot b}$$

$$T = \left(\frac{a+b}{2a\cdot b}\right)\cdot u^2$$

$$\frac{2\cdot T\cdot a\cdot b}{a+b} = u^2$$

$$u := \sqrt{\frac{2T\cdot a\cdot b}{a+b}} \qquad u = 4.863\,\text{in}$$

$$W_{int} := 2\cdot M_p\cdot\delta\cdot\left[\frac{L\cdot(a+b)}{2a\cdot b} + \frac{1}{u}\cdot(2\cdot T) + \frac{u\cdot(a+b)}{a\cdot b}\right]$$

$$W_{int} = 10.617\,\text{kips}\cdot\text{in}$$

$$W_{int} := 2\cdot M_p\cdot\delta\cdot\left[\frac{L\cdot(a+b)}{2a\cdot b} + \frac{1}{\sqrt{\frac{2T\cdot a\cdot b}{a+b}}}\cdot(2\cdot T) + \frac{\sqrt{\frac{2T\cdot a\cdot b}{a+b}}\cdot(a+b)}{a\cdot b}\right]$$

$$W_{int} = 10.617\,\text{kips}\cdot\text{in}$$

AXIAL - PINNED FLANGES

$$W_{int} := 2 \cdot M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{L \cdot (a+b)}{2 \cdot a \cdot b} + \frac{2 \cdot T \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}}}{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}} + \frac{\sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}} \cdot (a+b)}{a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.617\,\text{kips} \cdot \text{in}$

$$W_{int} := 2 \cdot M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{L \cdot (a+b)}{2a \cdot b} + \frac{2 \cdot (a+b) \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}}}{a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.617\,\text{kips} \cdot \text{in}$

$$W_{int} := 2 \cdot M_p \cdot \delta \cdot \left[\frac{(a+b) \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}} + \frac{L}{2} \right)}{a \cdot b} \right]$$

$W_{int} = 10.617\,\text{kips} \cdot \text{in}$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(a+b) \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{a+b}} + \frac{L}{2} \right)}{a \cdot b} \right] \qquad P = 10.617\,\text{kips}$$

$P := P \cdot 0.6 \qquad P = 6.37\,\text{kips}$

$$P := 4 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(a+b) \cdot \left[\frac{1}{(a+b)} \cdot \sqrt{2T \cdot a \cdot b \cdot (a+b)} + \frac{L}{4} \right]}{a \cdot b} \right] \qquad P = 10.617\,\text{kips}$$

$$P := M_p \cdot \left[\frac{4\sqrt{2T \cdot a \cdot b \cdot (a+b)} + L \cdot (a+b)}{a \cdot b} \right] \qquad P = 10.617\,\text{kips}$$

 AXIAL - PINNED FLANGES

$T - c = 6.693\,in$

$a + b = 6.693\,in$

$a \cdot b = 11.199\,in^2$

$\left(\frac{T - c}{2}\right)^2 = 11.199\,in^2$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(T - c) \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot a \cdot b}{T - c}} + \frac{L}{2}\right)}{a \cdot b}\right] \qquad P = 10.617\,kips$$

IF a = b THEN

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(T - c) \cdot \left[2 \cdot \sqrt{\frac{2T \cdot \left(\frac{T - c}{2}\right)^2}{T - c}} + \frac{L}{2}\right]}{\left(\frac{T - c}{2}\right)^2}\right] \qquad P = 10.617\,kips$$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(T - c) \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{T - c}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{2T}{T - c}} + \frac{L}{2}\right]}{\left(\frac{T - c}{2}\right)^2}\right] \qquad P = 10.617\,kips$$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{(T - c) \cdot \left[(T - c) \cdot \sqrt{\frac{2T}{T - c}} + \frac{L}{2}\right]}{\left(\frac{T - c}{2}\right)^2}\right] \qquad P = 10.617\,kips$$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[\frac{\left[(T - c)^2 \cdot \sqrt{\frac{2T}{T - c}} + \frac{L \cdot (T - c)}{2}\right]}{\left(\frac{T - c}{2}\right)^2}\right] \qquad P = 10.617\,kips$$

$$P := 2 \cdot M_p \cdot \left[4 \cdot \sqrt{\frac{2T}{T - c}} + \frac{2 \cdot L}{(T - c)} \right]$$

$P = 10.617\,\text{kips}$

$$P := 8 \cdot M_p \cdot \left[\sqrt{\frac{2T}{T - c}} + \frac{L}{2(T - c)} \right]$$

$P = 10.617\,\text{kips}$

 AXIAL -PINNED FLANGE